MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
A. Ribelles, D. Rost

WS 2019/20
Blatt 11
13.1.2020

Tutorium zur Vorlesung „Mathematik im Querschnitt“

1. Zeigen Sie, daß die Quadrik Q mit der Gleichung

$$-x^2 + 6xy - y^2 + 10x - 6y - 12 = 0$$

im $\mathbb{R}^2$ eine Hyperbel definiert, und bestimmen Sie die euklidische Normalform, den Mittelpunkt und die Symmetrieachsen. Skizzieren Sie die Hyperbel Q im x-y-Koordinatensystem, sowie ihre Asymptoten.

2. Gegeben sei die Quadrik

$$Q' = \left\{ \begin{pmatrix} w \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{w^2}{4} + z^2 = 1 \right\} \subset \mathbb{R}^2,$$

sowie die Bewegung (Kongruenzabbildung)

$$f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2, \quad f\begin{pmatrix} w \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

a) Bestimmen Sie für die Ellipse $Q = f(Q')$ den Mittelpunkt, die Scheitel sowie die Symmetrieachsen und fertigen Sie eine Skizze von Q im x-y-Koordinatensystem an.
b) Geben Sie eine Gleichung für $Q = f(Q')$ an.

3. Für einen Parameter $t \in [0, \infty[$ ist durch

$$x^2 + y^2 + 2t\,xy = 1$$

eine Quadrik Q_t gegeben. Bestimmen Sie in Abhängigkeit von $t \in [0, \infty[$ die euklidische Normalform sowie den Typ. Für welche(s) $t \in [0, \infty[$ ist Q_t ein Kreis?

4. Gegeben seien die vier Punkte

$$P_1 = (1, 1), \quad P_2 = (-1, 1), \quad P_3 = (-1, -1), \quad P_4 = (1, -1).$$

Geben Sie vier Quadriken Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 **verschiedenen Typs** an, auf denen jeweils die Punkte $P_1, ..., P_4$ liegen (Angabe jeweils einer Gleichung mit Skizze der Quadrik!).

Für die Tutorien vom 13.1. und 15.1.20